Vecteurs

G1 : objectifs

- ✓ Savoir calculer la longueur d'un segment dans rep ortho
- ✓ Savoir déterminer les coordonnées du milieu d'un segment
- ✓ Savoir déterminer si deux vecteurs sont égaux avec ou sans coordonnées
- ✓ Savoir déterminer, demander, affecter une valeur et afficher une variable dans un algorithme

G1 : cours

- ✓ Milieu
- ✓ Distance
- ✓ Egalité de vecteurs (coordonnées, parallélogramme, vecteurs et milieu)

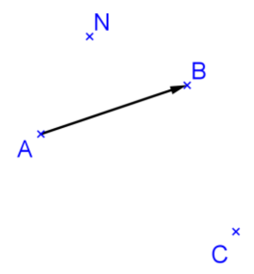
I- Notion de vecteur, translation :

a- Translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$:

A et B deux points du plan. La translation qui transforme A en B associe à tout point du plan C le point D tel que les segments [AD] et [BC] aient le même milieu. On l'appelle la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, souvent notée $t_{\overrightarrow{AB}}$.

Rq : le quadrilatère ABDC est alors un parallélogramme, éventuellement aplati…

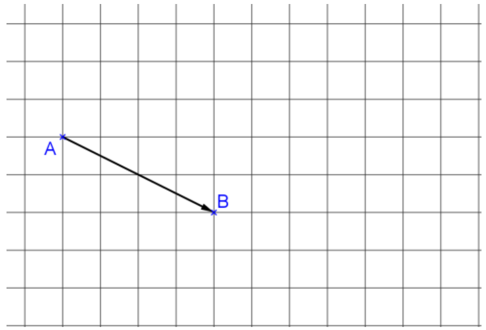
Construire l'image du point C et celle du point N par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$. (2 méthodes : milieu et compas)



b- Vecteurs égaux :

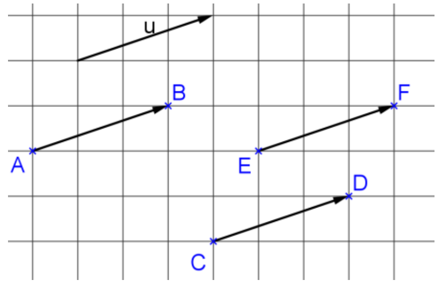
- **Définition :** Deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux si la translation qui transforme A en B transforme également C en D. On note $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Propriété : Deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux si et seulement si le quadrilatère ABDC est un parallélogramme, éventuellement aplati.



- **Représentant d'un vecteur :**

La translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ transforme aussi C en D, E en F : on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EF}$. Ils sont les représentants d'un même vecteur, que l'on peut noter $\vec{u}$ par exemple.



- **Vecteurs particuliers :**

Le vecteur nul, associé à la translation qui transforme A en A, B en B, C en C….

$$\vec{0} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{CC} \ldots$$

Le vecteur opposé au vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur associé à la translation qui transforme B en A : c'est le vecteur $\overrightarrow{BA}$.

$$-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$$

Rqe : $\boxed{\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}}$ équivaut à ire que I est le milieu de $[AB]$.

II- Coordonnées :

a- Vecteurs :

Dans un repère (O,I,J) on considère un vecteur $\vec{u}$ et M l'image du point O par la translation de vecteur $\vec{u}$.

Définition : les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ sont les coordonnées du point M tel que $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$.

On note $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ou $\vec{u}(x\,;\ y)$.

Rqe : le vecteur nul a pour coordonnées $\vec{0}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Propriété : deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont les mêmes coordonnées dans un repère.

Dans un repère si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

Attention à l'ordre des coordonnées !! Extrémité – origine….

b- Applications :

- On appelle norme de $\vec{u}$ et on note $\|\vec{u}\|$ la longueur du vecteur $\vec{u}$.

Dans un repère orthonormé, si $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, alors on a $\boxed{\|\vec{u}\| = \sqrt{a^2 + b^2}}$

- Dans un repère orthonormé, si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, alors :

$$\boxed{AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$

- Le milieu I du segment [AB] a pour coordonnées :

$$\boxed{x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ et } y_I = \frac{y_A + y_B}{2}}$$

- Les coordonnées de l'opposé $-\vec{u}$ du vecteur $\vec{u}$ sont $\vec{u}\begin{pmatrix} -a \\ -b \end{pmatrix}$.