Seconde, 2017

Chapitre 3 : Généralités sur les fonctions

I- Rappels et compléments :

a- Notion de fonction :

On définit une fonction sur un ensemble $D \subset \mathbb{R}$ en associant à chaque réel x de D un unique réel noté $f(x)$.

On note : $f : x \longmapsto f(x)$

- x est la variable,
- $f(x)$ est l'image de x par la fonction f.
- Si $y = f(x)$, alors x est l'antécédent de y par f.
- D est l'ensemble de définition de la fonction f : ensemble des nombres qui ont une image par f.

Exemples :

Fonction définie sur $\mathbb{R}$ par son expression littérale :

$f(x) = 3x^2 - 5x$ ou $g(x) = \frac{3}{x-1}$

....

....

....

....

....

....

....

Fonction de deux variables : On appelle x et z la base et la hauteur d'un triangle. Son aire est donnée par la formule : $A(x\,;z) = \frac{xz}{2}$.

....

....

....

....

Fonction prenant ses valeurs dans $\mathbb{N}$: On attribue à chaque nombre réel supérieur à 1 le nombre de diviseurs de sa partie entière.

....

....

....

....

....

b- Représentation graphique :

Définition : La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f (ou représentation graphique) est l'ensemble des points du plan M de coordonnées $(x\,;\,y)$ tels que :

- l'abscisse x est une valeur de l'ensemble de définition D,

- l'ordonnée y est l'image de x par f. On a donc $y = f(x)$.

⟶ Autrement dit $\boldsymbol{M}$ $(\boldsymbol{x}\,;\,\boldsymbol{y}) \in \mathcal{C}f$ si et seulement si $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{D}$ **et** $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$.

« Si et seulement si » signifie que M $(x\,;\,y) \in \mathcal{C}f$ si $x \in D$ et $y = f(x)$ mais aussi que si $x \in D$ et $y = f(x)$

Vocabulaire :

$y = f(x)$ est **l'équation de $\mathcal{C}_f$**

Exemple : f est la fonction définie sur *IR* par $f(x) = -x^2 + 2x$.

Tracer sa courbe représentative $\mathscr{P}$ après avoir complété le tableau de valeurs suivant :

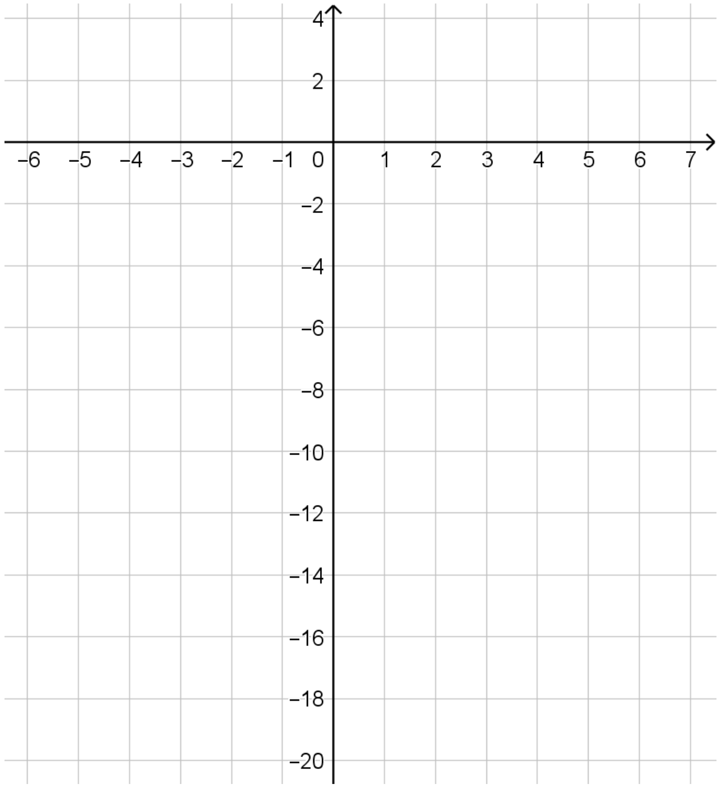
x							
$f(x)$							

Le point $A\ (2\ ;\ 0)$ appartient-il à $\mathscr{P}$?

....

Le point $B\ (-2\ ;\ -7)$ appartient-il à $\mathscr{P}$?

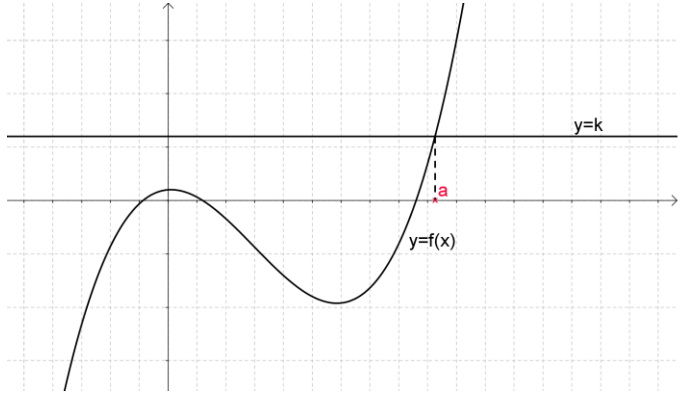
....



II- Résolution graphique d'équations :

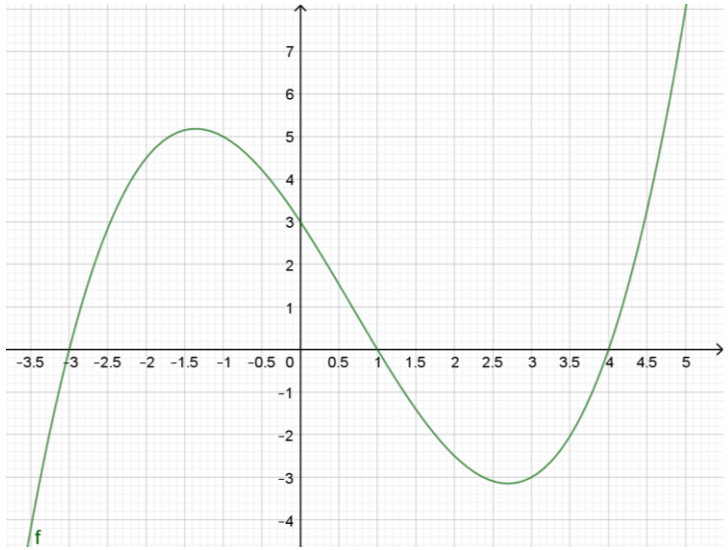
Equation f(x) = k (avec k réel)

Les solutions de l'équation $\boldsymbol{f(x) = k}$ sont les abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}_f$ et de la droite horizontale d'équation $y = k$.



Sur cette figure l'équation $\boldsymbol{f(x) = k}$ a pour unique solution le nombre *a*.

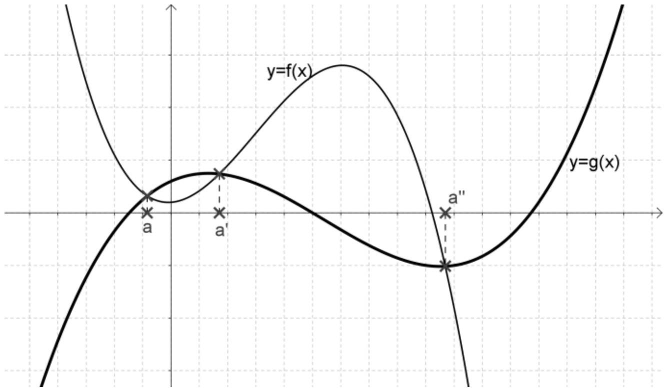
Exemple :



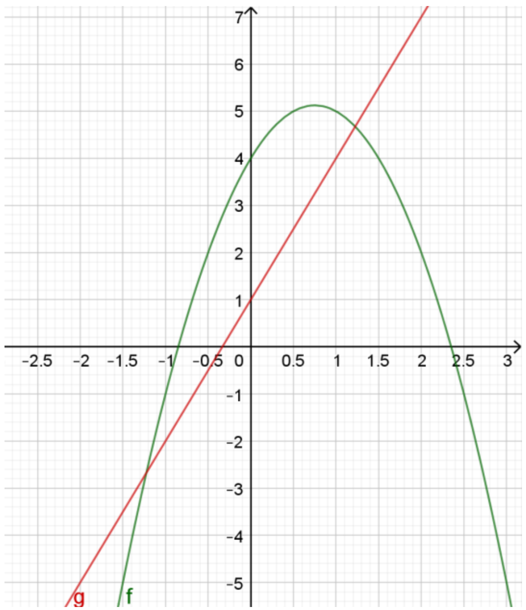
Equation $f(x) = g(x)$

Les solutions de l'équation $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$ sont les abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}f$ et de la courbe $\mathcal{C}g$.

Ici l'équation $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$ a trois solutions a, a', a''.



Exemple :



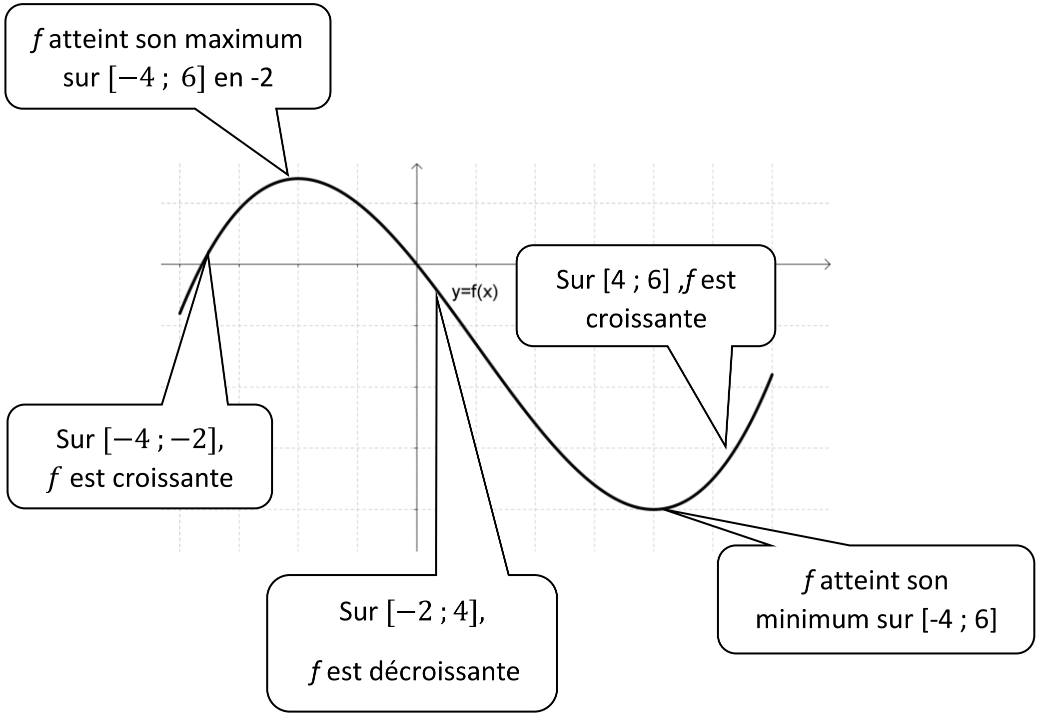
III-Notion de variations sur un intervalle :

(a) Intervalles :

Voir TD, qui fait partie du cours.

(b) Variations :

On considère une fonction f représentée sur l'intervalle $[-4\,;6]$:



On dit que la fonction est croissante sur un intervalle lorsque les images de deux nombres quelconques de cet intervalle sont toujours dans le même ordre que les nombres de départ. Graphiquement, la courbe « monte ».

On dit que la fonction est croissante sur un intervalle lorsque les images de deux nombres quelconques de cet intervalle sont toujours dans l'ordre contraire de celui des nombres de départ. Graphiquement, la courbe « descend ».

Tableau de variations : on y résume les variations de la fonction :

x	-4		-2		4		6
$f(x)$	$-0{,}9$	↗	$1{,}3$	↘	-4	↗	$-1{,}9$

……

……

……

……

……

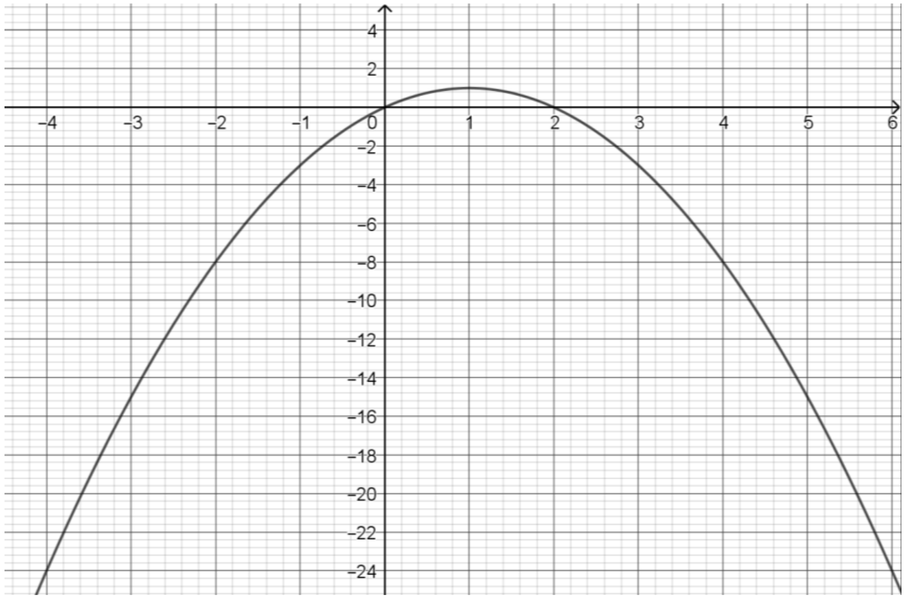
……

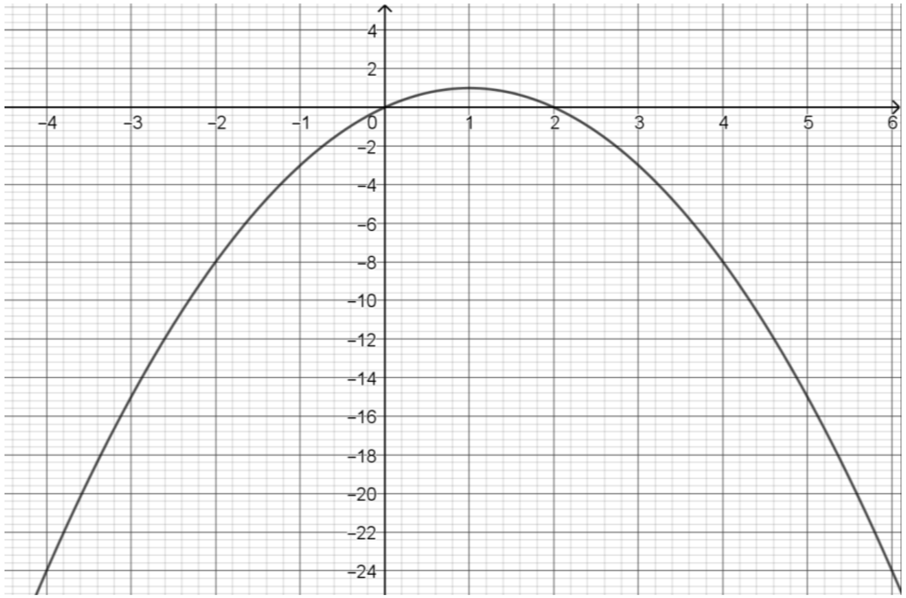
……

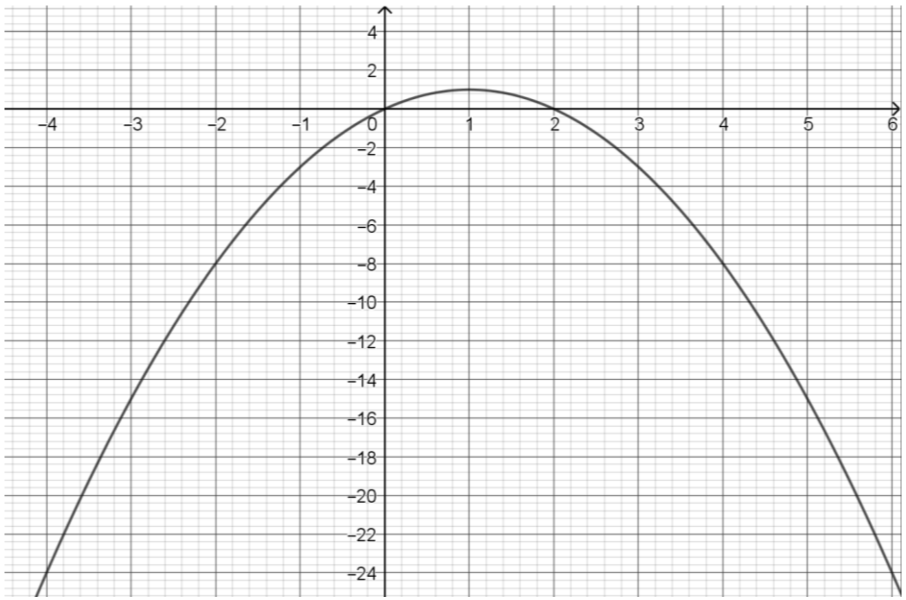
Vocabulaire : On appelle « extremum » tout maximum ou minimum de la fonction.

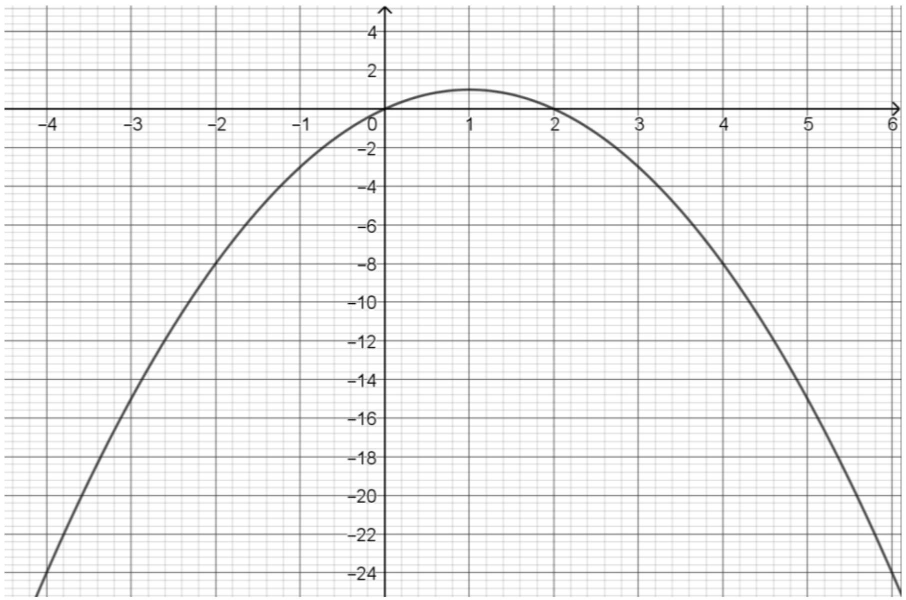
Exemple : Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction f définie sur $[-2\,;4]$ telle que :

- f atteint son maximum sur $[-2\,;4]$ en 4
- Le point $A(-2\,;0)$ est un point de la courbe de f
- Un antécédent de 4 est 3
- L'image de 1 est $-0{,}5$
- Le minimum de f sur $[-2\,;4]$ est -1, atteint en 0
- $f(4) = 5$
- f est décroissante sur $[-2\,;0]$ et croissante sur $[3{,}5\,;4]$
- 3 a deux antécédents par f : 2 et $3{,}5$


4
2
−4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6
−2
−4
−6
−8
−10
−12
−14
−16
−18
−20
−22
−24


4
2
−4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6
−2
−4
−6
−8
−10
−12
−14
−16
−18
−20
−22
−24


4
2
−4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6
−2
−4
−6
−8
−10
−12
−14
−16
−18
−20
−22
−24


4
2
−4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6
−2
−4
−6
−8
−10
−12
−14
−16
−18
−20
−22
−24

Reste : DS et Exos chapitre

TP approche : TP2 p31 du hyperbole avec TICE au premier module

QCM intro : ex 35 et 36 p 46 du indice et QCM p 30 du Hyperbole.

TICE en module : TP 32 p 41 du hyperbole : Résoudre un problème avec tableur, Xcas, Geogebra, calcul algébrique

TP 20 p 60 avec fichier geogebra sur site de nathan

Algo : ex 67 page 48 pour tracé de courbe et 43 page 43 pour dichotomie, Hyperbole

IE : p 46 47 ET 64 65 DU HYPERBOLE

DM1 : utilisant Excel et feuille papier millimétré :

Exercice 69 page 49 du hyperbole

DM2 : utilisant Geogebra et logiciel de calcul formel :

Le carré ABCD a un côté de longueur 8 cm. M est un point du segment [AB]. On dessine dans le carré ABCD :

- Un carré de côté [AM]
- Un triangle isocèle de base [MB] dont la hauteur est la même que le côté [AM] du carré

On appelle motif l'ensemble formé par le petit carré et le triangle isocèle.

1) Représenter cette situation sur Geogebra et afficher les aires du petit carré et du triangle
2) On voudrait que l'aire du motif soit égale à la moitié de l'aire du carré ABCD. Quelles dimensions faut-il donner au motif ?

Vous utiliserez la figure Geogebra pour conjecturer la réponse.

Il sera ensuite nécessaire d'utiliser Xcas pour les parties de calcul formel liées à votre développement théorique.

Le DM consiste en la production par mail de l'ensemble des documents, ordonnés, ayant permis de répondre à la question.

Pour mémoire, envoyer à cqueru@afvalpo.cl en indiquant bien votre nom sur chaque doc et l'objet de l'envoi sur le mail…