

## Seconde

### Chapitre 3 – Statistiques – DM

#### Éléments de correction

#### **Exercice 1 :** Jeu de grattage :

Le jeu du « Tac O Tac » est un jeu de loterie instantanée qui offre deux possibilités de gain. Le jeu se présente sous la forme d'un ticket en deux parties indépendantes intitulées respectivement « Une chance au grattage » et « Une chance au tirage ».

#### **A. Une chance au grattage :**

Voici le tableau des gains pour 4 millions de tickets :

Gain en €	50 000	5000	100	15	5	0
Nombre de tickets gagnants	2	4	4000	92 000	510 000	3 393 994

1. Quel est le gain moyen pour cette partie du jeu ?

Il s'agit d'une moyenne pondérée :

$$\bar{x} = \frac{50000 \times 2 + 5000 \times 4 + \dots + 5 \times 510000}{4000000} = 1,1125$$

2. Calculer la médiane et les quartiles (justifier) de cette série. Quelles observations peut-on faire ?

Il faut écrire les valeurs en ordre inverse :

La médiane est entre la 2000000<sup>ème</sup> et la 2000001<sup>ème</sup> valeur : c'est 0.

Le premier quartile est la 1000000<sup>ème</sup> valeur : c'est 0.

Le 3<sup>ème</sup> quartile est la 3000000<sup>ème</sup> valeur, c'est 0 aussi.

On voit donc bien que la série contient une grande majorité de valeurs nulles.

#### **B. Une chance au tirage :** Voici le tableau des gains au tirage.

Gain en €	50 000	1000	30	10	3	0	Total
Une chance sur .....	3 838 380	18 816	456	32	6	1,25	
Fréquence	$\frac{1}{3838380}$	$\frac{1}{18816}$	$\frac{1}{456}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{6}$		1

- (a) Faire une phrase interprétant la case en gris.

Il y a une chance sur 456 de gagner 30€ au tirage.

- (b) Compléter la case correspondant à un gain nul

On complète le tableau par les fréquences sous entendues par le tableau. On voit donc que la fréquence manquante est  $1 - \left( \frac{1}{338380} + \frac{1}{18816} + \frac{1}{456} + \frac{1}{32} + \frac{1}{6} \right) = \frac{687697501}{859797120} \approx 0,7998 \approx 0,8$  soit  $\frac{1}{1,25}$  environ (soit 4 chances sur 5...)

(c) Quel est le gain moyen pour cette partie du jeu ?

On calcule la moyenne pondérée correspondant aux première et troisième lignes du tableau ci-dessus :

$$\bar{x} = 50000 \times \frac{1}{338380} + 1000 \times \frac{1}{18816} + \dots + 3 \times \frac{1}{6} \approx 0,94 \text{ €}$$

**Exercice 2 :** Si 40% de la population d'un pays a plus de 60 ans, est-il possible que l'âge moyen de la population soit de 30 ans ?

➤ Imaginons que l'âge moyen des personnes de plus de 60 ans soit 65 ans.

On a le tableau suivant (on note  $a$  l'âge moyen des 60% de la population qui a moins de 60 ans) :

Age	65 ans	$a$
Fréquences	0,4	0,6

L'âge moyen de la population serait alors :

$$\bar{x} = 65 \times 0,4 + a \times 0,6$$

$$\text{D'où } a = \frac{\bar{x} - 0,65 \times 0,4}{0,6} = \frac{30 - 0,4 \times 65}{0,6} \approx 6,67 \text{ ans}$$

Cela est donc possible mais peu imaginable en pratique.

➤ On voit qu'en fait l'âge moyen de la partie la plus jeune de la population est donné par :

$$a = \frac{30 - 0,4 \times b}{0,6}$$

où  $b$  est l'âge moyen des plus de 60 ans.

On obtient donc le tableau suivant de  $a$  en fonction de  $b$  :

b	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71
a	10	9,3333	8,6667	8	7,3333	6,6667	6	5,3333	4,6667	4	3,3333	2,6667

On voit donc que plus l'âge moyen des plus de 60 ans est élevé, plus l'âge moyen des moins de 60 ans devient (très logiquement) bas pour maintenir une moyenne globale à 30 ans.

Aucune de ces situations ne semble réaliste, car même avec un âge moyen de 10 ans, il faudrait très peu d'adultes et une énorme proportion de jeunes enfants dans cette population pour atteindre la moyenne recherchée.

**Exercice 3 :** Ecrire en langage naturel un algorithme demandant de saisir en entrée l'effectif total  $N$  d'une série statistique et donnant en sortie le rang de la médiane et du premier quartile de cette série.

Donner l'effectif total  $N$

Rang\_med prend la valeur  $\frac{N+1}{2}$

Si Rang\_med est entier alors c'est le rang de la médiane

Sinon alors la médiane est toute valeur comprise entre Rang\_med-0,5 et Rang\_med+0,5

Rang\_quart prend la valeur  $\frac{N}{4}$

Si Rang\_quart est entier alors c'est le rang de  $Q_1$

Sinon le rang de  $Q_1$  est l'entier suivant rang\_quart

Bonus : Ecrire le programme pour votre calculatrice.....

Prompt  $N$

$\frac{N+1}{2} \rightarrow rgm$

If  $rgm - partent(rgm) = 0$  (Rqe : « part ent » donne la partie entière d'un nombre ce qui permet de tester si un nombre es entier ou non, selon qu'il est égal ou pas à sa partie entière)

Then

Disp « le rang de la médiane est »

Disp  $rgm$

Else

Disp « le rang de la médiane est entre le »

Disp  $rgm - 0,5$

Disp « et »

Disp  $rgm + 0,5$

FinSi

$\frac{N}{4} \rightarrow rqrt$

If  $rqrt - partent(rqrt) = 0$

Then

Disp « Le rang du premier quartile est »

Disp  $rqrt$

Else

Disp « Le rang du premier quartile est »

Disp  $partent(rqrt) + 1$

FinSi

Fin